

CONCEPCIONES Y CONOCIMIENTO PROFESIONAL DOCENTE DE VARIABILIDAD DESDE LA INTERPRETACIÓN DE HISTOGRAMAS: EL CASO DE MAESTROS VENEZOLANOS DE MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

ORLANDO GONZÁLEZ
Assumption University, Tailandia
ogonzalez@au.edu

RESUMEN

Diversos estudios han reportado que las concepciones de los docentes sobre variabilidad influyen tanto su conocimiento profesional para la enseñanza de la estadística, como sus prácticas en el aula. Sin embargo, investigaciones sobre este tipo de concepciones son aún escasas, particularmente en países latinoamericanos como Venezuela. Intentando satisfacer esta necesidad, se condujo un estudio cualitativo para identificar y caracterizar las diferentes maneras en que maestros venezolanos de matemáticas a nivel de secundaria conceptualizan la variabilidad. Con tal propósito, un cuestionario fue desarrollado y administrado a 27 docentes en el área metropolitana de Caracas. Este artículo se centra en las respuestas dadas por los participantes a dos ítems del cuestionario, en los que era necesaria la interpretación de histogramas. Se descubrió que aproximadamente un quinto de los participantes demostró un reconocimiento sofisticado de la variabilidad (e.g., considerar simultáneamente valores centrales y extremos de un histograma), mientras que alrededor de la mitad exhibió concepciones erróneas, tales como el reconocimiento de la variabilidad a partir de ideas idiosincrásicas, o del grado de simetría de un histograma. Además, unos cuatro quintos de los participantes fueron incapaces de establecer una correspondencia entre contextos de la vida real y sus respectivos histogramas, mientras que unos dos quintos fueron incapaces de determinar si descripciones de la variabilidad en un histograma eran o no correctas. El autor discute las posibles razones de los resultados obtenidos, con el fin de identificar implicaciones relevantes para la formación docente en el área de la estadística.

Palabras clave: *Investigación en educación estadística; Alfabetización estadística; Conocimiento especializado del contenido; Competencias profesionales docentes; Variabilidad*

1. INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la estadística a nivel escolar es fundamental para promover la alfabetización estadística en las etapas de la niñez y adolescencia, especialmente en educación secundaria. Para muchos estudiantes, la exposición a la estadística en la escuela secundaria podría ser el último y único programa formal de esta disciplina que tomen para prepararse como futuros usuarios de la misma. Además, para aquellos estudiantes que deseen acceder a la formación universitaria, la exposición previa a la estadística en la escuela secundaria les prepara para comprender versiones avanzadas de los contenidos estudiados a ese nivel.

Por estas razones, las reformas curriculares llevadas a cabo en los últimos años en distintos países han incrementado los tópicos relacionados a la estadística a nivel de secundaria (reseñas detalladas pueden ser consultadas en Batanero et al., 2011, pp. 1–45; y Pfannkuch, 2018, pp. 387–413). En el caso particular de Venezuela, tópicos sobre estadística y probabilidad fueron introducidos en el ciclo inicial de educación secundaria (i.e., de séptimo a noveno grado) en 1985, mientras que su introducción en el ciclo superior de secundaria (i.e., de décimo a undécimo grado) ocurrió en 1972 (Ministerio de Educación [ME], 1997; Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia y la Matemática [CENAMEC], 1990).

Los docentes encargados de la enseñanza de la estadística a nivel de secundaria, tanto en Venezuela como en el resto del mundo, deben enseñar diversos contenidos relacionados con la variabilidad (i.e., la pensión de un objeto estadístico a variar o cambiar, considerada la razón de ser de la estadística

como disciplina). Tal trabajo demanda de los docentes competencias profesionales específicas, que dependen básicamente del conocimiento profesional y las concepciones de los contenidos curriculares (Ball et al., 2008; Döhrmann et al., 2012; Gal, 2004; González, 2014a).

En cualquier docente, el conocimiento especializado del contenido (i.e., un tipo de conocimiento profesional específico al trabajo docente, difícil de ser articulado por otros profesionales entrenados matemáticamente que no se dedican a la enseñanza) es lo que le diferencia de cualquier usuario de la matemática en su labor profesional, especialmente en la habilidad de determinar el grado de corrección de todo tipo de respuestas dadas por los estudiantes (Ball et al., 2008). Existe evidencia (aunque poca en el contexto latinoamericano) de que el conocimiento especializado del contenido para la enseñanza de la estadística está influenciado por las concepciones de variabilidad de los docentes, particularmente en el contexto de evaluación de histogramas (e.g., Bruno & Espinel, 2009; Peters, 2009; González, 2014a, 2014b, 2014c; Isoda et al., 2018).

Esta escasez de investigación en torno a este tema es particularmente cierta en países latinoamericanos como Venezuela, donde los pocos estudios de investigación en educación estadística reportados hasta la publicación de este artículo se han centrado en los contenidos estadísticos del currículo escolar (e.g., Salcedo, 2006) o en el conocimiento de los estudiantes sobre estadística y probabilidad (e.g., León, 2011; Tapia, 2011), con ningún estudio reportado sobre las competencias profesionales docentes para la enseñanza de la estadística en ningún nivel escolar, con la excepción de la tesis doctoral y un artículo previo del autor (González, 2014a, 2014b).

En consecuencia, las siguientes preguntas de investigación fueron planteadas, con el propósito de clarificar aspectos del conocimiento profesional y las concepciones de variabilidad de docentes venezolanos de matemáticas de educación secundaria:

1. ¿Cómo conceptualizan la variabilidad los maestros venezolanos de matemáticas de educación secundaria, y cuán apropiadas o inapropiadas son esas concepciones?
2. ¿Qué base específica de conocimientos es necesaria para asegurar que los docentes venezolanos de matemáticas de educación secundaria conceptualicen la variabilidad apropiadamente?

2. REVISIÓN DE LA LITERATURA

Entendiendo “conocimiento” como el conjunto de habilidades cognitivas y representaciones mentales de la realidad que, articuladas entre sí, constituyen la estructura implícita detrás de las acciones de una persona (Sfard, 1991), en esta sección se revisan dos ideas relevantes a la hora de hablar de conocimiento profesional docente para la enseñanza de la variabilidad: concepciones de variabilidad y competencias docentes para la enseñanza de la estadística.

2.1. CONCEPCIONES DE VARIABILIDAD

Las concepciones pueden ser vistas como lentes a través de los cuales las personas perciben e interpretan fenómenos (Pratt, 1992; Sfard, 1991). En particular, se ha reportado que las concepciones que tienen los docentes sobre los contenidos curriculares influyen sus métodos de enseñanza, y en consecuencia los métodos de aprendizaje de sus estudiantes (Kuntze & Friesen, 2018; Sivunen & Pehkonen, 2009).

Las concepciones de variabilidad que poseen los estudiantes en cualquier nivel escolar han sido exhaustivamente exploradas en la literatura (e.g., Shaughnessy, 2007). Se han realizados, en un volumen menor, algunos estudios de investigación sobre las concepciones de variabilidad de docentes en servicio (e.g., Biehler et al., 2018; Makar & Confrey, 2004; Peters, 2009; González, 2014a, 2014c; Isoda et al., 2018).

González (2014a) identificó las siguientes nueve maneras que tienen los docentes de conceptualizar la variabilidad, basadas en su trabajo con 53 maestros venezolanos de matemáticas de educación secundaria en diferentes contextos estadísticos, como interpretación de histogramas, comparación de distribuciones de datos y experimentos probabilísticos y estadísticos. Dicho trabajo fue utilizado como evidencia para validar y refinar el marco conceptual desarrollado por Shaughnessy (2007, pp. 984–985), donde se identifican ocho maneras de conceptualizar la variabilidad. Como resultado, se obtuvo

la siguiente clasificación (para ejemplos adicionales y una explicación más detallada de esta clasificación, el lector interesado puede consultar González [2014a]):

Variabilidad en valores particulares. Esta concepción se caracteriza por usar como indicadores de la variabilidad valores particulares dentro de un conjunto de datos, como las medidas de tendencia central, valores atípicos, o extremos.

Variabilidad como cambio en el tiempo. En esta concepción, limitada a gráficos donde el tiempo es la variable independiente, un individuo se enfoca en encontrar un patrón general de los datos, así como en el por qué los datos pueden estar variando como lo hacen.

Variabilidad como rango completo. Esta concepción envuelve la extensión de todos los valores posibles de una distribución o un conjunto de datos en su totalidad, y está relacionada de manera cercana al concepto de espacio muestral en probabilidad.

Variabilidad como el rango probable de una muestra. Esta concepción se evidencia cuando un individuo considera el rango de valores más probable como resultado de un experimento estadístico o probabilístico. Se basa en el concepto de frecuencia relativa, y por ende en razonamiento proporcional.

Variabilidad como distancia o diferencia desde un punto fijo. Esta concepción se evidencia cuando un individuo cuantifica la variabilidad con una estimación visual o una medida cuantitativa de la distancia de uno o más elementos de un conjunto de datos a una medida de tendencia central o un extremo.

Variabilidad como la suma de residuos. Esta concepción se evidencia cuando se cuantifica la variabilidad a través de medidas basadas en desviación, como la desviación media absoluta, la suma de residuos o los promedios de las diferencias en valor absoluto, desde una medida de tendencia central u otro valor fijo.

Variación como covariación o asociación. Esta concepción envuelve la consideración de la interacción entre varias variables, y de cómo cambios en una pueden corresponder a cambios en otra u otras variables.

Variación como distribución. Esta concepción se evidencia en el uso de propiedades teóricas de una distribución o conjunto de datos (e.g., la centralización o el sesgo), o distribuciones teóricas de probabilidad, para estimar o cuantificar la variabilidad.

Variabilidad como indicios visuales en un gráfico. Individuos que piensan la variabilidad en términos de simetría o del grado de ajuste (o la falta de éste) a una distribución normal, evidencian esta concepción.

2.2. COMPETENCIAS DOCENTES PARA LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA

En la literatura especializada es común encontrar modelos conceptuales de las competencias docentes (i.e., el conjunto de capacidades, habilidades y características que posee un docente y que determinan el modo y los resultados de sus intervenciones pedagógicas), que las consideran constituidas por un componente cognitivo y un componente afectivo-motivacional (e.g., Blömeke & Delaney, 2012; Döhrmann et al., 2012; Tatto et al., 2012). El presente estudio también adopta esa misma postura para el modelaje conceptual de competencias docentes para la enseñanza de la estadística en educación secundaria; específicamente el modelo propuesto por González (2014a), que se muestra en la Figura 1. Este enfoque refleja la convergencia de diversas ideas, resultado de la adaptación, al caso particular de la educación estadística, de algunos esfuerzos previos para modelar las competencias docentes para la enseñanza de la matemática (e.g., Döhrmann et al., 2012; Gal, 2004; Tatto et al., 2012).

De acuerdo con el modelo propuesto por González (2014a; Figura 1), el componente cognitivo de las competencias profesionales docentes para la enseñanza de la estadística (i.e., el Conocimiento

Estadístico para la Enseñanza, o SKT, de sus siglas en inglés) está integrado por los dos dominios del conocimiento matemático para la enseñanza (MKT, de sus siglas en inglés), en el sentido propuesto por Ball, Thames y Phelps (2008): el *conocimiento de los contenidos curriculares* (SMK, de sus siglas en inglés) y el *conocimiento pedagógico del contenido* (PCK, de sus siglas en inglés). Cada uno de estos dominios está dividido en tres subdominios diferentes. El SMK está constituido por el *conocimiento común del contenido* (CCK, de sus siglas en inglés: un sólido conocimiento docente sobre las ideas estadísticas incluidas en el currículo de matemáticas y la habilidad de llevar a cabo tareas relacionadas a la alfabetización estadística utilizando dichas ideas), el *conocimiento especializado del contenido* (SCK, de sus siglas en inglés: la habilidad de determinar el grado de corrección o incorrección de respuestas comunes y/o no convencionales dadas por los estudiantes cuando resuelvan problemas estadísticos), y el *conocimiento del contenido en el horizonte matemático* (HCK, de sus siglas en inglés: la comprensión docente del amplio abanico de ideas estadísticas al que un concepto en particular está conectado). El PCK está constituido por el *conocimiento del contenido y los estudiantes* (KCS, de sus siglas en inglés: el conocimiento docente de cómo los estudiantes piensan sobre las ideas estadísticas incluidas y enseñadas en el currículo de matemáticas), el *conocimiento del contenido y la enseñanza* (KCT, de sus siglas en inglés: la capacidad docente de planear y ejecutar la enseñanza significativa de ideas estadísticas a la luz de estructuras y habilidades cognitivas previas) y el *conocimiento del contenido y el currículo* (KCC, de sus siglas en inglés: el conocimiento docente de cómo las ideas estadísticas enseñadas en un grado escolar específico son desarrolladas a lo largo del currículo de matemáticas).

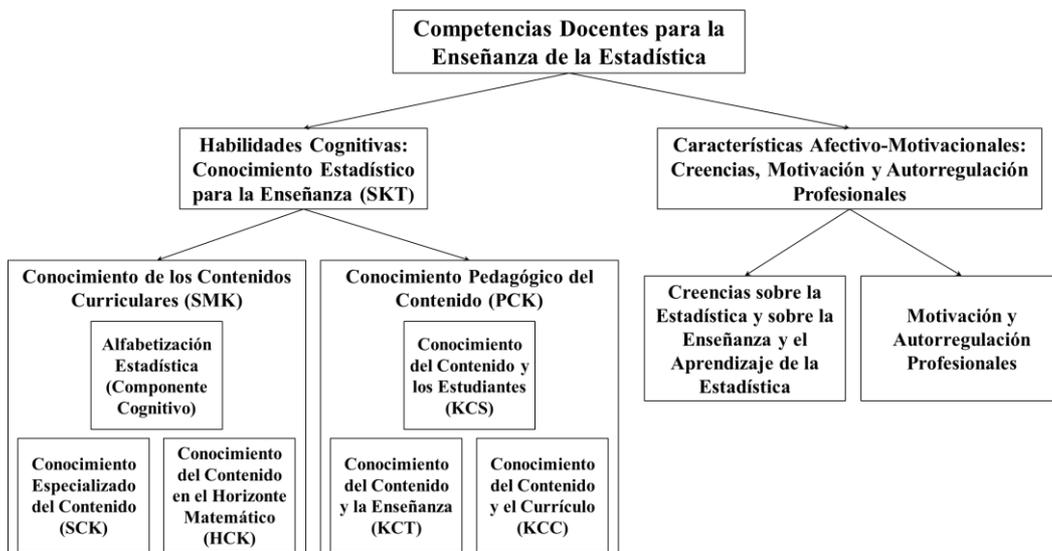


Figura 1. Modelo conceptual de las competencias profesionales docentes para la enseñanza de la estadística, de acuerdo a González (2014a)

En el marco conceptual adoptado por este estudio, CCK se entiende como el componente cognitivo de la alfabetización estadística, en el sentido propuesto por Gal (2004). Esto se debe a que la alfabetización estadística está asociada a las destrezas cognitivas esperadas de cualquier individuo después de completar la educación obligatoria. El resto de los componentes cognitivos en este modelo están definidos de la misma manera que por Ball et al. (2008).

La faceta afectivo-motivacional del modelo desarrollado por González (2014a) está compuesta de dos componentes: (a) las creencias docentes sobre estadística, su enseñanza y aprendizaje; y (b) la motivación y autorregulación profesionales. Las creencias docentes sobre estadística, su enseñanza y aprendizaje son entendimientos sostenidos psicológicamente acerca de la naturaleza de la estadística y de cómo esta debe ser enseñada y aprendida, que los docentes sienten verdaderos, los cuales son clave en su percepción de situaciones en el aula, así como en sus decisiones sobre cómo actuar en dichas situaciones. La motivación profesional se define como una tendencia persistente o inclinación a realizar tareas asociadas con la profesión docente y a trabajar por el cumplimiento continuado de las mismas,

provocada por fuerzas conductoras específicas. La realización de dichas tareas profesionales es guiada por la autorregulación profesional, que es la ejecución voluntaria de procesos cognitivos y conductuales por parte de los docentes, la cual propicia una toma de decisiones, ajuste y adaptación positivos en diferentes situaciones relacionadas con la profesión docente. Las concepciones de variabilidad se encuentran dentro de las creencias docentes sobre estadística, su enseñanza y aprendizaje, ya que en este estudio se adopta la visión de concepciones como “creencias conscientes” (Sivunen & Pehkonen, 2009).

3. METODOLOGÍA

3.1. PARTICIPANTES, DISEÑO Y PROCEDIMIENTO

Una muestra de nueve escuelas (2 públicas, 7 privadas), localizadas en el área metropolitana de Caracas, Venezuela, fue seleccionada para este estudio, usando muestreo intencional (Merriam & Tisdell, 2016). En dichas escuelas, 27 maestros de matemáticas a nivel de educación secundaria accedieron, de manera voluntaria, a participar en este estudio cualitativo de tipo descriptivo-interpretativo. Todos los participantes eran docentes de carrera, con una experiencia de 1 a 44 años ($M = 12.6$ años, $Mdn = 8$ años).

3.2. RECOLECCIÓN DE DATOS

Durante los meses de mayo a junio de 2018, un cuestionario de 10 ítems fue completado por todos los participantes del estudio. El tiempo otorgado para llenar el cuestionario estuvo limitado a 60 minutos. El cuestionario fue una adaptación al castellano del instrumento utilizado por Isoda et al. (2018) con maestros de matemáticas de educación secundaria en Japón y Tailandia. Para este estudio, se modificó el Ítem 1 (Figura 2), a partir de los comentarios de los autores originales, para agregar la justificación de las respuestas dadas, y se agregó el Ítem 2 (Figura 3). Los resultados obtenidos en dichos ítems, que fueron seleccionados para este artículo por requerir la evaluación de histogramas, serán discutidos en este trabajo.

Ítem 1: “Emparejando histogramas con variables” El propósito de este ítem (Figura 2) era examinar si los docentes participantes eran capaces de establecer correspondencia entre el comportamiento variable de fenómenos enmarcados en un contexto de la vida real, y su respectiva representación gráfica, o viceversa. El Ítem 1 fue planteado con el fin de provocar respuestas y explicaciones que revelen las concepciones de variabilidad de los maestros encuestados.

Paree cada una de las siguientes variables con uno de los histogramas que aparecen a continuación. Justifique su elección.		
Variable	Histograma correspondiente	Justificación
Ⓐ Edad al morir de los miembros de una muestra aleatoria de 34 personas		
Ⓑ Último dígito del número de cédula de identidad de cada uno de los 40 estudiantes de un grupo elegido al azar		
Ⓒ Notas en un examen muy fácil de matemáticas		
Ⓓ Altura de los miembros de un grupo aleatorio de adultos		
Ⓔ Número de medallas de oro obtenidas por países ganadores de medallas en los Juegos Olímpicos de Pekín 2008		

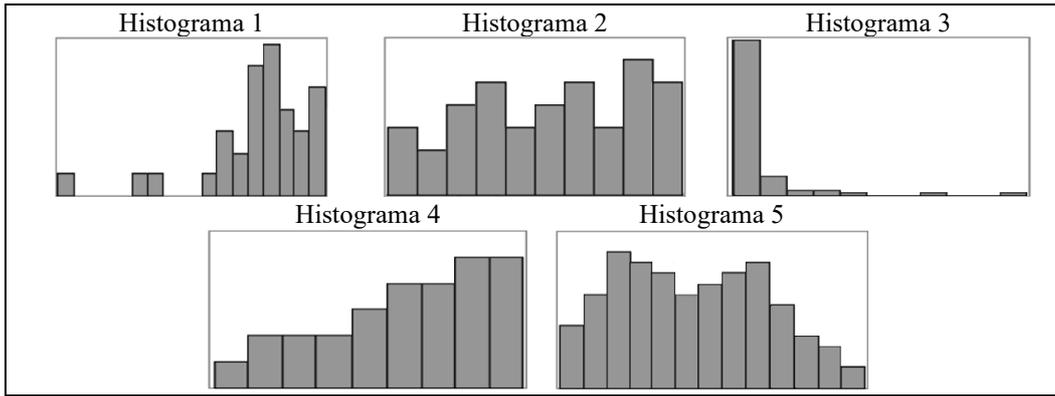


Figura 2. Ítem 1: “Emparejando histogramas con variables”

Ítem 2: “Escogiendo la distribución con más variabilidad” El propósito de este ítem (González, 2014a) era identificar y evaluar el entendimiento de los docentes encuestados respecto a la variabilidad en histogramas (Figura 3). Respondiendo a este ítem, se anticipó que los maestros exhibirían evidencia de su conocimiento especializado de contenido (SCK), en un contexto de evaluación de histogramas.

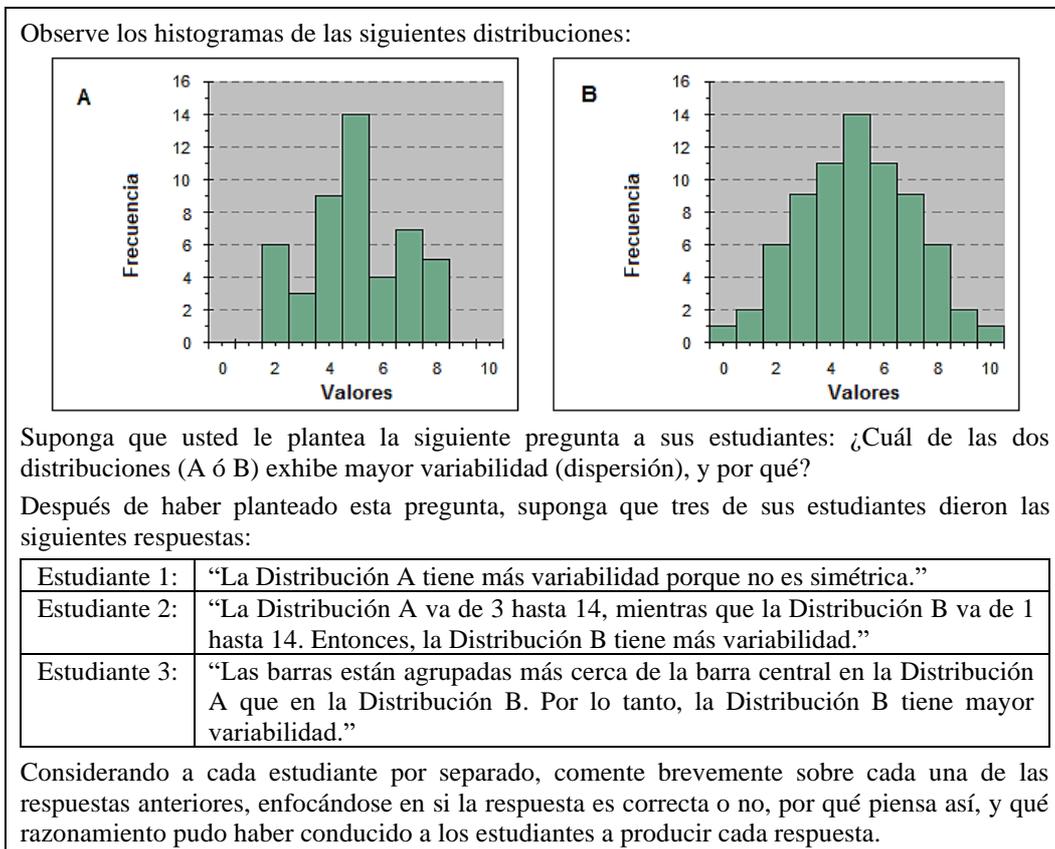


Figura 3. Ítem 2: “Escogiendo la distribución con más variabilidad”

Las respuestas dadas por los Estudiantes 1 y 2 son ejemplos de concepciones erróneas de la variabilidad, comúnmente exhibidas cuando se comparan histogramas (González, 2014a; Meletiou & Lee, 2003). En el caso del Estudiante 1, la respuesta refleja una concepción errónea sobre la relación de la variabilidad y la simetría, en la cual se entiende equivocadamente que histogramas con un patrón simétrico de barras tienen una menor variabilidad que aquellos que no exhiben simetría. En el caso de la respuesta dada por el Estudiante 2, esta refleja una concepción errónea en la cual la variación es medida en términos de la mayor amplitud en el eje vertical, en lugar de considerar la dispersión de datos

en el eje horizontal, o el uso de medidas de distancia o diferencia de un centro. La respuesta dada por el Estudiante 3 ilustra una interpretación y estimación visual apropiada de la variabilidad en los histogramas en cuestión: la variabilidad es estimada, sin hacer cálculos explícitos, como el grado de agrupamiento de los datos alrededor de la clase modal.

3.3. ANÁLISIS DE LOS DATOS

El investigador transcribió las respuestas dadas en hojas de cálculo para su posterior análisis (tanto cuantitativo y cualitativo), y luego revisó y codificó los datos recogidos. El proceso de codificación cualitativo se llevó a cabo empleando como método de interpretación los procesos de codificación abierta y axial (Merriam & Tisdell, 2016). El proceso de codificación abierta, guiado por la primera pregunta de investigación de este estudio, permitió la identificación de códigos abiertos concernientes a la manera de conceptualizar la variabilidad de los participantes. Durante la codificación axial, los códigos abiertos fueron agrupados bajo las nueve maneras de conceptualizar la variabilidad identificadas por González (2014a), a medida que se determinaban las relaciones entre los códigos abiertos y estas nueve concepciones. Cuantitativamente, las frecuencias y porcentajes de todas las respuestas dadas por los docentes participantes a los Ítems 1 y 2 fueron calculados, y el número de respuestas correctas e incorrectas para cada ítem fue también determinado por el investigador.

4. RESULTADOS Y ANÁLISIS

4.1. RESULTADOS CORRESPONDIENTES AL ÍTEM 1

Sólo seis de los maestros participantes (22.2%) fueron capaces de contestar correctamente este ítem, emparejando todas las variables en cuestión con sus histogramas correspondientes. Además, sólo 20 de los 27 maestros participantes (74.1%) respondieron este ítem. La Tabla 1 presenta la distribución de los emparejamientos hechos por los encuestados en este ítem.

Tabla 1. Frecuencias y porcentajes de todos los emparejamientos hechos en el Ítem 1 por los docentes participantes

Variable	Histograma 1		Histograma 2		Histograma 3		Histograma 4		Histograma 5	
	<i>f</i>	%								
Ⓐ	12	44.4	0	0.0	1	3.7	4	14.8	3	11.1
Ⓑ	3	11.1	14	51.9	0	0.0	2	7.4	1	3.7
Ⓒ	3	11.1	1	3.7	8	29.6	7	25.9	1	3.7
Ⓓ	1	3.7	3	11.1	0	0.0	5	18.5	11	40.7
Ⓔ	1	3.7	2	7.4	11	40.7	2	7.4	4	14.8

Nota. Los caracteres distinguidos en negritas corresponden a los emparejamientos correctos.

Como se puede observar en la Tabla 1, el emparejamiento más fácil para los participantes resultó ser el de la Variable Ⓑ (último dígito del número de cédula de identidad de cada uno de los 40 estudiantes de un grupo elegido al azar) con el Histograma 2 (tasa de respuestas correctas de 51.9%). Este resultado puede ser interpretado como familiaridad con la distribución uniforme, al reconocer que todas las barras correspondientes a la Variable Ⓑ deben tener una altura similar, debido a que la ocurrencia de cada dígito es equiprobable. Esto es evidencia de la concepción “variación como distribución”, como lo reflejan los comentarios de los encuestados:

- Docente 13: Poco variables.
- Docente 16: Las probabilidades están bien repartidas.
- Docente 25: Por el azar.

También es posible que los encuestados que realizaron este emparejamiento correctamente fueron capaces de determinar el espacio muestral de la Variable ⑥ (evidencia de la concepción “variabilidad como rango completo”), o simplemente se enfocaron en la cardinalidad del espacio muestral de la Variable ⑥ (evidencia de la concepción “variabilidad en valores particulares”):

- Docente 4: Cada barra representa uno de los dígitos del terminal de la cédula de identidad.
 Docente 14: Son diez barras que identifican los diez números del 0 al 9 con su distribución.
 Docente 15: Nº de columnas = 10. Los números de la cédula de identidad.
 Docente 24: Se presenta número de estudiantes que poseen el dígito 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9.
 Docente 26: Por ser 10 barras (0, 9).
 Docente 27: Porque el último número de la cédula sólo va del 0 al 9, y es el único con 10 barras, además de que se distribuye normalmente.

Con respecto al emparejamiento de la Variable ⑦ (Edad al morir de los miembros de una muestra aleatoria de 34 personas) con el Histograma 1 (tasa de respuestas correctas de 44.4%), la mayoría de los encuestados que realizaron este emparejamiento parecen haber entendido que el histograma de la Variable ⑦ debía ser sesgado a la izquierda, con una pesada cola derecha y una muy ligera cola izquierda (evidencia de la concepción “variación como distribución”):

- Docente 1: Dentro de la población esperaríamos pocas muertes en neonatos y/o niños, más en adultos. La tendencia sería que todos muriesen de edad avanzada, hacia las edades altas.
 Docente 8: Las frecuencias son mayores al final de la gráfica.
 Docente 27: Por naturaleza las personas con mayor edad son las que en mayor proporción fallecen.

Con respecto al emparejamiento de la Variable ⑧ (Altura de los miembros de un grupo aleatorio de adultos) con el Histograma 5 (tasa de respuestas correctas de 40.7%), la mayoría de los encuestados que lo realizaron correctamente parece haber entendido que el histograma de la Variable ⑧ debía asemejarse al de una distribución normal, con forma más o menos acampanada y simétrica, con una menor densidad en las colas de la distribución y una mayor densidad en la región central (evidencia de la concepción “variación como distribución”):

- Docente 1: Esperaríamos una conducta semejante a una distribución normal, con una mayor densidad en alturas intermedias.
 Docente 14: Se concentran estaturas en una distribución media, con pocas estaturas altas.
 Docente 27: Al ser aleatorio el grupo las alturas deben distribuirse normalmente.

Al emparejar la Variable ⑧ con el Histograma 5, ninguno de los encuestados mencionó esperar encontrar un histograma con dos picos, ya que la altura de un grupo aleatorio de hombres y mujeres es bimodal. Esto es una notable diferencia con los docentes japoneses del estudio conducido por Isoda et al. (2018).

Con respecto al emparejamiento de la Variable ⑨ (Número de medallas de oro obtenidas por países ganadores de medallas en los Juegos Olímpicos de Pekín 2008) con el Histograma 3 (tasa de respuestas correctas de 40.7%), la mayoría de los encuestados que realizaron este emparejamiento parecen haber entendido que el histograma de la Variable ⑨ debía tener su clase modal en la primera clase de la distribución de frecuencias, con el rango probable de casos ocurriendo al extremo izquierdo de la distribución (evidencia de la concepción “variabilidad como el rango probable de una muestra”), sesgada a la derecha, con una muy pesada cola izquierda y una cola derecha muy larga y ligera, con algunos valores atípicos en el extremo derecho sobre ella (evidencia de la concepción “variación como distribución”):

- Docente 1: Generalmente los Olímpicos tienen a 2 ó 3 países que ganan la mayoría de los eventos, habrán otros países ganadores de medallas... pero sin ganar oro.
 Docente 4: Por lo general las medallas de oro son ganadas por muy pocos países y entre ellos siempre pocos son los que consiguen la mayor parte de esas medallas.
 Docente 13: Porque la mayoría de las medallas son obtenidas por pocos países.

- Docente 14: En el histograma se representa un país que obtuvo muchas medallas y otros que obtuvieron pocas o ninguna.
- Docente 16: Las medallas de oro son muy difíciles de ganar en correlación con las medallas que ganan la mayoría de los países.
- Docente 25: Porque hay países que ganan un gran número de medallas, otros muy pocas y otros nada.
- Docente 27: La cantidad de medallas de oro por cada país medallista no debe ser muchas, aunque siempre hay un país destacado, las probabilidades deben distribuirse más o menos así.

El emparejamiento más difícil en este ítem resultó ser el de la Variable © (notas en un examen muy fácil de matemáticas) con el Histograma 4 (tasa de respuestas correctas de 25.9%). De hecho, un número mayor de participantes emparejó incorrectamente la Variable © con el Histograma 3 (8 de los 27 maestros participantes, 29.6%). Este error puede ser el resultado de confundir histogramas con gráficos de barras, posiblemente pensando que la primera barra en el Histograma 3 representaba el grupo que obtuvo el mejor resultado.

- Docente 2: Porque las notas son muy variantes o muy buenas hasta llegar a la menor nota.
- Docente 7: Porque se observa un valor con una frecuencia extremadamente mayor.
- Docente 8: La frecuencia es mayor al inicio de la gráfica.
- Docente 21: Un número elevado de estudiantes aprobados.
- Docente 24: Se presenta el número de estudiantes según la calificación.

Para poder emparejar correctamente la Variable © con el Histograma 4, los maestros encuestados debían de entender que la distribución de las notas (resultados) de un examen muy fácil fuese sesgada hacia la izquierda, con la mayoría de los datos concentrados en la cola derecha, y una menor acumulación de casos en la cola izquierda de la distribución (evidencia de la concepción “variación como distribución”), o simplemente que el rango probable de la muestra estaría concentrado en el extremo derecho del histograma (evidencia de la concepción “variabilidad como el rango probable de una muestra”):

- Docente 1: La tendencia sería que todos saliesen bien, la curtosis de la distribución estaría hacia las notas altas.
- Docente 14: Muchos sacaron la mayor cantidad de notas.
- Docente 15: Notas cada vez más altas.
- Docente 16: Notas de un examen MUY FÁCIL, lo damos como que todos sacan más de 12 puntos*.
- Docente 27: Si el examen es muy fácil, la mayoría se distribuye hacia las notas más altas y la minoría obtiene notas bajas, por eso no se distribuye de manera normal.

*Nota del autor: En Venezuela, una escala de calificaciones de 20 puntos es usada comúnmente para calificar exámenes y el rendimiento en cada asignatura, con 20 puntos siendo la calificación más alta posible, y 9.5 puntos, redondeados a 10, la mínima calificación aprobatoria.

4.2. RESULTADOS CORRESPONDIENTES AL ÍTEM 2

Todos los maestros participantes (100%) respondieron a este ítem. Sólo 7 de los encuestados (25.9%) fueron capaces de determinar apropiadamente la corrección o incorrección de las respuestas dadas por tres estudiantes ficticios. De estos maestros, 5 (18.5%) también respondieron correctamente el Ítem 1. La Tabla 2 presenta la distribución de las respuestas dadas en el Ítem 2 por los maestros participantes.

Tabla 2. Frecuencias y porcentajes de las respuestas dadas por los docentes participantes al Ítem 2

Calificación docente del grado de corrección de la respuesta	Estudiante 1		Estudiante 2		Estudiante 3	
	<i>f</i>	%	<i>f</i>	%	<i>f</i>	%
Correcta	6	22.2	12	44.4	16	59.3
Incorrecta	21	77.8	15	55.6	11	40.7

Nota. Los caracteres distinguidos en negritas corresponden a las respuestas correctas.

En la Tabla 2 se puede observar que 21 (77.8%) de los maestros encuestados determinaron acertadamente que la respuesta dada por el Estudiante 1 era incorrecta. A partir de las justificaciones de los maestros para dicha calificación, es claro que estos maestros conceptualizan la variabilidad como el grado de agrupamiento de los datos en torno a medidas de tendencia central (e.g., Docente 26) o como dispersión de los datos (e.g., Docente 1), ambas evidencia de la concepción “variabilidad como distancia o diferencia desde un punto fijo”. Así, estos maestros entienden que el Estudiante 1 tiene una concepción errónea de la variabilidad:

- Docente 1: Estadísticamente la A no es simétrica (trazando la línea desde el eje X hasta el punto más alto) pero por estar menos extendida a los costados, tiene menos dispersión.
 Docente 9: La simetría en una gráfica no significa que tenga mayor o menor dispersión.
 Docente 19: La simetría está relacionada con media = mediana = moda, pero no con dispersión.
 Docente 26: Es incorrecta por estar muy concentradas alrededor de la barra central, siendo la Distribución B la que tiene mayor variabilidad.

En el caso de la calificación de la respuesta dada por el Estudiante 1, 6 de los maestros encuestados (22.2%) determinaron desacertadamente que era correcta. A partir de las justificaciones de estos maestros para dicha calificación, se evidencia que ellos conceptualizan erróneamente la variabilidad, enfocándose en indicios visuales en el gráfico y no en los valores de los datos, en la dispersión de los mismos, o en la relación entre medidas de tendencia central y de variación. En otras palabras, estos maestros evidencian tener la concepción de variabilidad denominada “variabilidad como indicios visuales en un gráfico”, ya que interpretaron de manera inapropiada la variabilidad como cuán simétricos o visualmente cercanos a una distribución normal estaban los histogramas en cuestión, dejando de lado la consideración de los datos:

- Docente 3: Asociar la asimetría con la heterogeneidad de los valores.
 Docente 10: No se repiten totalmente los valores como en el caso B.
 Docente 18: Porque efectivamente de eso se trata la variabilidad.

Sólo 15 (55.6%) de los maestros encuestados determinaron acertadamente que la respuesta dada por el Estudiante 2 era incorrecta. De estos 15 maestros, 10 (37.0%) también determinaron acertadamente que la respuesta dada por el Estudiante 1 era incorrecta. A partir de las justificaciones de los maestros para dicha calificación, es claro que ellos conceptualizan la variabilidad como el grado de agrupamiento de los datos en torno a medidas de tendencia central (e.g., Docente 15) o como dispersión de los datos cuantificable con medidas de variación como el rango (e.g., Docente 21), entendiendo por ende que el Estudiante 2 tiene una concepción errónea de la variabilidad:

- Docente 1: Que existen menos datos (f) en una distribución que en otra no indica que exista mayor o menor dispersión.
 Docente 15: Estás evaluando el recorrido más no la dispersión con respecto a la media.
 Docente 19: La medida más sencilla de dispersión es la amplitud total (extensión o recorrido) = diferencia entre los valores máximos y mínimos de los datos, no de la frecuencia de los datos.
 Docente 21: Se está guiando por las frecuencias y eso no indica el rango de los datos.
 Docente 25: El rango de la frecuencia no es el que determina la dispersión, lo determina la concentración de los datos y la frecuencia.
 Docente 27: (La A va desde 2 hasta 8 y la B va desde 0 a 10) No sabe leer el gráfico.

En relación con la respuesta dada por el Estudiante 2, 12 (44.4%) de los maestros encuestados determinaron desacertadamente que era correcta. A partir de las justificaciones de estos maestros para dicha calificación, se evidencia que dichos maestros tienen una confusión conceptual del rango (i.e., juzgan la variabilidad de los datos mostrados en el histograma como la mayor diferencia en la altura de sus barras), en lugar de mirar el rango de los datos o su dispersión horizontal alrededor de una medida de tendencia central. Esto es un error común en muchos estudiantes, y aun en algunos de sus maestros, a cualquier nivel escolar (Isoda et al., 2018). Estos maestros evidencian tener la concepción de variabilidad denominada “variabilidad como rango completo”, pero entienden el concepto de rango de manera inapropiada:

- Docente 3: La Distribución B tiene mayor variabilidad pues la diferencia del mayor valor y el menor, es mayor respecto a "A".
- Docente 13: Tomó en cuenta la distribución de los datos y el rango de distribución.
- Docente 17: Diferencia entre frecuencias. A mayor diferencia, mayor variabilidad.
- Docente 23: Está correcta porque entiende el concepto de dispersión y lo aplica al ejemplo.

Sólo 16 (59.3%) de los maestros encuestados determinaron acertadamente que la respuesta dada por el Estudiante 3 era correcta. Todos estos 16 maestros también determinaron acertadamente que la respuesta dada por el Estudiante 1 era incorrecta, mientras que sólo 7 (25.9%) también determinaron acertadamente que la respuesta dada por el Estudiante 2 era incorrecta. A partir de las justificaciones de los maestros para dicha calificación, es claro que ellos conceptualizan la variabilidad como el grado de agrupamiento o de dispersión de los datos en torno a una medida de tendencia central (evidencia de la concepción "variabilidad como distancia o diferencia desde un punto fijo"):

- Docente 1: La distribución de las barras en la A hace que la curva se empine respecto a la barra central y en la B se ensancha a los costados haciendo que sea mayor la dispersión.
- Docente 8: Por estar más agrupados alrededor de la media, moda y mediana que en este caso es 5.
- Docente 9: Se basa en que mientras más cerca se esté del valor con mayor frecuencia menos dispersión habrá.
- Docente 15: Las medidas de dispersión miden la variabilidad con respecto a la media y este razonamiento lo cumple.
- Docente 22: Si las barras tienden más a la media hay menor dispersión.

De estos 15 maestros que determinaron acertadamente que la respuesta dada por el Estudiante 3 era correcta, 4 (14.8%) dieron razones inapropiadas para esta calificación, evidenciando que conceptualizan erróneamente la variabilidad como distancia o diferencia desde un punto fijo de referencia (en este caso, la clase modal), pero enfocándose erróneamente en el eje vertical:

- Docente 17: Concentración de los valores de frecuencia con respecto a la media.
- Docente 21: Al ver las alturas de las columnas más cercanas a la barra central, se da cuenta que en la B hay variaciones de alturas mientras que A no es tan variado.
- Docente 26: Es correcta en cuanto a que la Distribución B tiene mayor variabilidad y se observa que va desde 1 hasta 14, mientras que la Distribución A están agrupadas más cerca de la barra central.

En relación con la respuesta dada por el Estudiante 3, 11 (40.7%) de los maestros encuestados determinaron desacertadamente que era incorrecta. A partir de las justificaciones de estos maestros para dicha calificación, se evidencia que ellos conceptualizan la variabilidad de manera errónea, como la cantidad de diferentes "escalones" o "saltos" en un histograma, o como aproximación a la barra central sin desniveles y de manera escalonada, en lugar de en términos del grado de agrupación o de dispersión de los datos en torno a una medida de tendencia central o a un punto de referencia. Esto evidencia que los maestros también exhiben la concepción de variabilidad denominada "variabilidad como indicios visuales en un gráfico":

- Docente 3: La mayoría de los datos de la variable tienden a los valores centrales o de mayor frecuencia.
- Docente 5: Hay mas saltos o discontinuidad.
- Docente 7: Posiblemente el hecho de que estén las barras más juntas piense que hay menos variabilidad. No. Hay que ver muy bien la distribución tomando en cuenta los intervalos y la frecuencia.
- Docente 18: Analiza que la variabilidad es aquella que tiene como punto referencial la barra central, y de ella descende barras cada vez menores y simétricas entre sí, entonces asume que "varía".
- Docente 24: La agrupación no tiene que ver.

5. CONCLUSIONES Y DISCUSIÓN

Se concluye que la consideración y evaluación de histogramas, en el sentido de los Ítems 1 y 2, promovieron en los maestros encuestados oportunidades claras de demostrar cómo conceptualizaban la

variabilidad, así como de exhibir elementos de sus competencias profesionales docentes para la enseñanza de la estadística.

Los datos analizados ofrecen respuestas a las preguntas de investigación planteadas al principio de este estudio. En relación con la primera pregunta de investigación, se identificaron las diferentes formas de conceptualizar la variabilidad de los docentes encuestados, las cuales fueron descritas a través del marco analítico desarrollado por González (2014a), y comunicadas mediante las justificaciones hechas. De esta manera, también fueron descubiertas algunas limitaciones en el conocimiento profesional de los docentes para la enseñanza de la estadística, como errores conceptuales sobre ideas y objetos estadísticos (e.g., el rango, la simetría, los gráficos de barra y la curtosis), o la incapacidad de unos cuatro quintos de los encuestados de establecer una correspondencia entre contextos de la vida real y sus respectivos histogramas. Algunas fortalezas cognitivas y afectivo-motivacionales también fueron identificadas (e.g., el uso apropiado, por parte de los docentes que respondieron acertadamente a los ítems discutidos en este artículo, de propiedades teóricas de una distribución o conjunto de datos). A partir de dichas fortalezas y limitaciones, fue posible dar respuesta a la segunda pregunta de investigación: la necesidad de desarrollar las competencias docentes para la enseñanza de la estadística de maestros de matemática en educación secundaria en Venezuela es evidente (González, 2014a, 2014b), aún más cuando los docentes exhiben concepciones erróneas de la variabilidad comunes en los estudiantes (Biehler et al., 2018; Isoda et al., 2018; Shaughnessy, 2007).

Existe sólida evidencia de que los docentes de otros países, aún países desarrollados, tienen desafíos y problemas similares a los experimentados por los docentes venezolanos descritos aquí (e.g., Biehler et al., 2018, Bruno & Espinel, 2009; Isoda et al., 2018). Es por eso que se necesita más información sobre los aspectos específicos de la interacción de los diferentes elementos del modelo de competencias docentes para la enseñanza de la estadística propuesto por González (2014a), adoptado en este estudio. Una proyección de este trabajo apunta a realizar estudios similares sobre una muestra más amplia y con un enfoque mixto integral que combine técnicas cuantitativas y cualitativas, con el fin de estudiar, con mayor profundidad, la interacción entre las concepciones de variabilidad de los docentes y otros elementos cognitivos y afectivo-motivacionales de sus competencias docentes. De este modo, será posible continuar incrementando nuestra comprensión de las competencias docentes para la enseñanza de la estadística de nuestros maestros en servicio, para así ofrecer recomendaciones para su mejora y perfeccionamiento.

REFERENCIAS

- Ball, D. L., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.
- Batanero, C., Burrill, G., & Reading, C. (Eds.). (2011). *Teaching statistics in school mathematics – Challenges for teaching and teacher education: A joint ICMI/IASE study. The 18th ICMI study*. Springer.
- Biehler, R., Frischmeier, D., Reading, C., & Shaughnessy, J. M. (2018). Reasoning about data. In D. Ben-Zvi, K. Makar, & J. Garfield (Eds.), *International handbook of research in statistics education* (pp. 139–192). Springer.
- Blömeke, S., & Delaney, S. (2012). Assessment of teacher knowledge across countries: A review of the state of research. *ZDM*, 44(3), 223–247.
- Bruno, A., & Espinel, M. C. (2009). Construction and evaluation of histograms in teacher training. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 40(4), 473–493.
- Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia y la Matemática. (1990). *Programa de articulación: Contenidos de matemática para la educación media, diversificada y profesional. Primer y segundo año (Ciencias)*. [Articulation program: Mathematics content for secondary, diversified and vocational education. First and second year (Science)] CENAMEC.
- Döhrmann, M., Kaiser, G., & Blömeke, S. (2012). The conceptualisation of mathematics competencies in the international teacher education study TEDS-M. *ZDM*, 44(3), 325–340.
- Gal, I. (2004). Statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 47–78). Kluwer.

- González, O. (2014a). *Examining Venezuelan secondary school mathematics teachers' statistical knowledge for teaching: Focusing on the instruction of variability-related concepts* [Doctoral dissertation]. Hiroshima University.
- González, O. (2014b). Survey on secondary school teachers' statistical knowledge for teaching: The need of developing Venezuelan teachers' competence to teach statistics. *International Journal of Curriculum Development and Practice*, 16(1), 27–44.
- González, O. (2014c). Secondary mathematics teachers' professional competencies for effective teaching of variability-related ideas: A Japanese case study. *Statistique et Enseignement*, 5(1), 31–51.
- Isoda, M., Chitmun, S., & González, O. (2018). Japanese and Thai senior high school mathematics teachers' knowledge of variability. *Statistics Education Research Journal*, 17(2), 196–215. <https://doi.org/10.52041/serj.v17i2.166>
- Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). The role of mathematics teachers' views for their competence of analysing classroom situations. In B. Rott, G. Törner, J. Peters-Dasdemir, A. Möller, & Safrudiannur (Eds.), *Views and beliefs in mathematics education: The role of beliefs in the classroom* (pp. 183–194). Springer.
- León, N. (2011). Explorando el conocimiento probabilístico informal en niños de edad temprana. [Exploring informal probabilistic knowledge in young children] Paper presented at the *XIII Interamerican Conference on Mathematics Education (IACME)*, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brazil, June 26–30.
- Makar, K. M., & Confrey, J. (2004). Secondary teachers' reasoning about comparing two groups. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenges of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 327–352). Kluwer.
- Meletiou, M., & Lee, C. (2003). Studying the evolution of students' conceptions of variation using the transformative and conjecture-driven research design. In C. Lee (Ed.), *Reasoning about variability* (pp. 1–39). Central Michigan University.
- Merriam, S. B., & Tisdell, E. J. (2016). *Qualitative research: A guide to design and implementation* (4th ed.). Jossey-Bass.
- Ministerio de Educación. (ME) (1997). *Programas de Estudio de 7° a 9° Grado de Educación Básica*. [Study Programs from 7th to 9th grade of Basic Education]. ME.
- Peters, S. A. (2009). *Developing an understanding of dispersion: AP statistics teachers' perceptions and recollections of critical moments*. [Doctoral dissertation, Pennsylvania State University].
- Pfannkuch, M. (2018). Reimagining curriculum approaches. In D. Ben-Zvi, K. Makar & J. Garfield (Eds.), *International handbook of research in statistics education* (pp. 387–413). Springer.
- Pratt, D. D. (1992). Conceptions of teaching. *Adult Education Quarterly*, 42(4), 203–220.
- Salcedo, A. (2006). Statistics education in Venezuela: The case of elementary and middle school. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Working cooperatively in statistics education. Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics (ICOTS-7)*, Salvador, Brazil, July 2–7. IASE. <https://iase-web.org/documents/papers/icots7/C125.pdf?1402524966>
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 1–36.
- Shaughnessy, J. M. (2007). Research on statistics' reasoning and learning. In F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 957–1009). Information Age Publications & NCTM.
- Sivunen, M., & Pehkonen, E. (2009). Finnish elementary teachers' conceptions on problem solving in mathematics education. In J. Maass & W. Schölglmann (Eds.), *Beliefs and attitudes in mathematics education* (pp. 75–86). Sense Publishers.
- Tapia, J. M. (2011). Propuesta didáctica para la enseñanza de la estadística basada en R Commander. [Didactic proposal for the teaching of statistics based on R Commander] Paper presented at the *XIII Interamerican Conference on Mathematics Education (IACME)*, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brazil, June 26–30.
- Tatto, M. T., Schwille, J., Senk, S., Ingvarsson, L., Rowley, G., Peck, R., & Reckase, M. (2012). *Policy, practice and readiness to teach primary and secondary mathematics in 17 countries*. IAE.

ORLANDO GONZÁLEZ
Graduate School of Human Sciences
Assumption University
592/3 Ramkhamhaeng Rd., Soi 24, Hua Mak, Bangkok
Bangkok 10240
Thailand