

## CONOCIMIENTO ESTOCÁSTICO DE FUTUROS PROFESORES DE MATEMÁTICA CHILENOS

Felipe Ruz<sup>1</sup>, Beth L. Chance<sup>2</sup>, and Elsa Medina<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile

<sup>2</sup>California Polytechnic State University, United States

[felipe.ruz.a@pucv.cl](mailto:felipe.ruz.a@pucv.cl)

*Los profesores de matemática son agentes claves en la enseñanza de la estocástica en la escuela, por lo que nos interesamos en analizar su conocimiento del contenido tras haber completado su formación inicial. Conceptualizamos al conocimiento del contenido desde el Modelo de Conocimiento Didáctico-Matemáticos del profesor y siguiendo una metodología cuantitativa, analizamos una muestra de 269 futuros profesores de matemáticas chilenos. Los resultados fueron en general bajos, aunque superiores en lo relativo al conocimiento estocástico promovido a nivel escolar (conocimiento común) en comparación a las habilidades desarrolladas durante la formación inicial docente (conocimiento ampliado). Finalizamos con recomendaciones para incorporar metodologías modernas y efectivas para la enseñanza y aprendizaje de la estocástica, que esperamos puedan ser un insumo para los responsables de la educación estocástica del profesorado.*

### INTRODUCCIÓN

La estocástica (la unión entre la estadística y probabilidad) se ha establecido como un componente necesario para desenvolverse eficazmente en la era de la información (Ben-Zvi et al., 2018). Lo anterior, por la estrecha relación de la estocástica con diversas áreas científicas y humanísticas y la sociedad en general, donde cada vez es más común relacionarse con argumentos o afirmaciones basadas en datos presentes en los medios de comunicación (Ruz et al., 2020a). Esta situación ha generado un movimiento de reforma curricular en torno a su enseñanza en la escuela, a la que se han sumado un gran número de países que han incorporado la enseñanza de la estocástica dentro del currículo escolar de matemáticas (Batanero y Borovcnik, 2016; Batanero et al., 2011). Un ejemplo de ellos es Chile, cuya actualización del marco curricular del año 2009 (Ministerio de Educación Chile [MINEDUC], 2009) consideró la enseñanza de la estocástica durante todo el recorrido escolar (MINEDUC, 2012, 2015).

En este contexto, el éxito de las nuevas directrices curriculares depende fuertemente de la formación de quienes tienen la tarea de su implementación, ya que los profesores de matemática son la fuerza impulsora de la reforma en educación estocástica en la educación obligatoria (Burrill y Ben-Zvi, 2019). Sin embargo, en las escuelas, estos profesores a menudo ven esta materia como un capítulo marginal en el currículo de matemáticas y minimizan su enseñanza a realizar cálculos y demostrar propiedades, o simplemente la ignoran (Batanero, 2009). Con ello, emerge el problema de que muchos docentes consideran que no están bien preparados para enseñar estadística ni para afrontar las dificultades de sus estudiantes (Batanero et al., 2011; Groth y Meletiou-Mavrotheris, 2018). Por ello, en este trabajo nos interesamos en explorar el conocimiento del contenido de estocástica de una muestra de 269 futuros profesores de matemática chilenos, con el interés de identificar aspectos relevantes para fortalecer el dominio de la estocástica en el profesorado.

### ANTECEDENTES Y MARCO TEÓRICO

En cuando a los principales antecedentes sobre el conocimiento del contenido de estocástica en profesores en formación, a partir de la exhaustiva revisión de la literatura realizada por Ruz (2021), se identifican deficiencias y dificultades sistemáticas en cada uno de los siete conceptos estocásticos clave para desarrollar una manera adecuada de pensar el contenido en futuros profesores (Burrill, 2014; Burrill y Biehler, 2011), a saber: datos, variación, distribución, representación, modelación bivariada de fenómenos, probabilidad e inferencia (ver Ruz, 2021, pp. 44–74). El autor concluye un predominio de antecedentes sobre futuros profesores de educación primaria y su manejo del análisis exploratorio de datos considerando aspectos como la variación, distribución y representación. Mientras que se destaca como un desafío el centrar la atención en tópicos menos investigados, como probabilidad e inferencia, con profesores de niveles superiores (como educación secundaria), durante su formación inicial.

A su vez, dado nuestro foco en la formación de futuro profesorado de matemáticas, asumimos al modelo de Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) del profesor (Godino, 2009; Pino-Fan et al.,

2018; Pino-Fan y Godino, 2015) como *marco teórico* de esta investigación, sobre la base de las herramientas teóricas desarrolladas en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción matemáticos (EOS) (Godino et al., 2007). En este modelo, se extienden e integran la conceptualización del conocimiento del contenido pedagógico (Shulman, 1986, 1987), el conocimiento matemático para la enseñanza (modelo MKT) (Ball et al., 2008) y la noción de eficacia en la enseñanza de las matemáticas (Schoenfeld y Kilpatrick, 2008). De esta forma, se caracteriza al CDM del profesor en torno a tres dimensiones sobre aspectos matemáticos, didácticos y meta-didácticos; siendo la primera de ellas el foco de interés de este trabajo. La *dimensión matemática*, abarca lo relativo al conocimiento del contenido según dos categorías, el *conocimiento común*, que le permite al profesor resolver problemas matemáticos que se implementarán en el aula escolar, y el *conocimiento ampliado*, que vincula a las matemáticas escolares con aquellos objetos que surgen en niveles de estudio posteriores. Estas categorías son entendidas como reinterpretaciones del conocimiento común y en el horizonte matemático del Modelo MKT respectivamente.

Desde esta perspectiva, establecemos el objetivo de explorar el conocimiento del contenido de estocástica de una muestra de futuros profesores de matemática chilenos, con el interés de responder a preguntas de investigación como ¿cuál es el conocimiento del contenido de estocástica de los futuros profesores de matemáticas? ¿difiere este conocimiento para las categorías de conocimiento común y ampliado y/o para distintas áreas de la estocástica (descriptiva, probabilidad e inferencia)?

## METODOLOGÍA

Esta investigación se enmarca dentro del enfoque cuantitativo y es un estudio exploratorio en el contexto chileno (Hernández et al., 2014). Se utilizó la *Escala de Conocimiento del Contenido Estocástico Común y Ampliado* (CESK) (Ruz et al., 2021), instrumento diseñado exclusivamente para este fin, validado previamente en términos de contenido por medio del juicio experto de 10 investigadores en educación estadística de Iberoamérica y una aplicación piloto con 126 futuros profesores de matemáticas de Chile y España, donde se analizó la consistencia interna del test y aspectos como la dificultad y discriminación de los ítems que lo conforman, como se detalla en Ruz et al. (2020b). Los ítems tienen una adecuada dificultad (entre 10 y 90% de respuestas correctas), discriminación (coef. de correlación biserial superior a 0,2), y confiabilidad (alfa de Cronbach 0,564). Como resultado, establecimos la Escala CESK con 20 ítems de opción múltiple (10 para conocimiento común y 10 para conocimiento ampliado), cada uno con tres distractores y una opción correcta.

Los participantes del estudio consta de 269 futuros profesores de matemáticas chilenos (150 hombres y 119 mujeres, con edades entre 19 y 51 años), matriculados en 15 de las 30 universidades de Chile que ofrecen el programa de formación inicial ([www.cned.cl](http://www.cned.cl)). Respecto a la formación previa, Ruz (2021) ha resaltado que la formación inicial del profesorado de matemáticas chileno considera entre una a tres asignaturas centradas en los contenidos de estocástica, donde en términos curriculares, se resalta una planificación y organización tradicional de la enseñanza. En los casos con solo una asignatura de estocástica, esta se centra en el análisis exploratorio de datos, con una ligera cobertura de la teoría clásica de probabilidad y una breve discusión sobre la estimación de parámetros. Entre quienes planifican dos cursos sobre el contenido, en el primero se introduce el análisis exploratorio de datos y la teoría clásica de la probabilidad, mientras que el segundo se centra en el modelado de fenómenos aleatorios a través de distribuciones de probabilidad y culmina con elementos de inferencia estadística. Por su parte, las instituciones que programan tres asignaturas, en la primera se promueve el desarrollo de habilidades para explorar y describir datos; la segunda se enfoca en la probabilidad desde una perspectiva más matemática, en el marco de la teoría de la medida y las matemáticas finitas, mientras que en la tercera se enfoca completamente en la inferencia estadística.

En este estudio, todos los participantes habían cursado la totalidad de cursos sobre estocástica contempladas en sus programas de estudio, pero no necesariamente los habían aprobado todos. Para aquellos con al menos una asignatura programada en su universidad ( $n = 261$ ), aproximadamente el 82% ( $n = 214$ ) ya había aprobado todas las asignaturas planificadas de estocástica.

## RESULTADOS

En general, las puntuaciones obtenidas en el cuestionario oscilaron entre 0 y 13 puntos (de 20 posibles), con una media de 5,29 puntos y una DE de 2,72 puntos. El Alfa de Cronbach, 0,571, fue ligeramente superior al del estudio piloto y todavía suficiente para este tipo de evaluación.

La proporción de respuestas correctas para cada ítem (índice de dificultad) osciló entre 0,05 para el ítem que evaluaba una aplicación del teorema de Bayes en un problema de decisión condicional, a 0,59, para el ítem que evaluaba la capacidad de comparar la distribución de datos entre dos grupos representados gráficamente por medio de histogramas. Con base en estas proporciones, la evaluación CESK fue entre moderada y difícil para esta nueva muestra. En cuanto a la capacidad de discriminar de cada ítem, el coeficiente de correlación biserial osciló entre 0,167, para el ítem que evaluaba la capacidad de distinguir entre correlación y causalidad al interpretar el valor muestral del coeficiente de correlación, y 0,452, para el ítem en que evaluó factores que afectan la amplitud de un intervalo de confianza al variar al tamaño muestral y el nivel de confianza.

Por otro lado, definimos las variables *Conocimiento Común* y *Conocimiento Ampliado* sobre el Contenido Estocástico (CC y CA respectivamente), como el número de ítems correcto entre los que componen cada categoría de conocimiento. Cada una de estas variables puede tomar valores entre 0 y 10 puntos. En cuanto al CC, la media fue de 3,67 puntos, la mediana de 4 puntos y la desviación estándar de 1,98 puntos. Mientras que, para el CA, la media fue de 1,63 puntos, la mediana de 1 punto y la desviación estándar de 1,29 puntos. Esta exploración refleja diferencias entre las respuestas declaradas por los participantes según ambas categorías de conocimiento del contenido. Más aún, calculamos unas medidas de resumen sobre las diferencias pareadas entre las dos variables ( $D = CC - CA$ ). Entre los resultados, la diferencia mínima fue de -3 puntos y la máxima de 8 puntos, mientras que los percentiles 25, 50 y 75 resultaron en 1, 2, y 3 puntos respectivamente. Además, podemos ver que los sujetos tendieron a desempeñarse mejor en el CC, ya que a partir del cuartil 1 la diferencia  $D$  es mayor que 0, reflejando un menor dominio del contenido ampliado.

A su vez, respecto a los seis ítems sobre *estadística descriptiva*, estos futuros maestros tuvieron más dificultades con un ítem que distinguía entre asociación y causalidad cuando se les dio el coeficiente de correlación (CA, 17,8 % de respuestas correctas). Estos resultados fueron inferiores a los obtenidos en la muestra piloto (25,4% de respuestas correctas) y a los informados por Garfield (2003) con estudiantes universitarios estadounidenses (51,7% de respuestas correctas). Casi la mitad de nuestros futuros docentes mostró la idea errónea de asumir que una alta correlación entre dos variables indicaba una relación causal (seleccionada por el 44,2 % de la muestra). Nuestros sujetos mostraron un mejor desempeño al comparar la variabilidad entre grupos representados gráficamente por medio de histogramas (CC, 58,7% de respuestas correctas), aunque los resultados fueron inferiores a los obtenidos con la muestra piloto (67,5% de respuestas correctas) y en la aplicación post-instrucción del test CAOS (85,3% de aciertos; delMas et al., 2007). Aún así, una quinta parte de nuestros participantes demostró la idea errónea de que los grupos no se pueden comparar cuando los tamaños de muestra no son iguales (20,4% de las selecciones).

Por otro lado, la puntuación media más baja fue para los ítems de *probabilidades*. Explorando los resultados de estos siete ítems, nuestros participantes mostraron el desempeño más bajo en el ítem de probabilidad condicional (CA, 4,8% de respuestas correctas), donde se solicitó calcular una probabilidad por medio de la aplicación del teorema de Bayes. Estos resultados fueron ligeramente superiores a los obtenidos con la muestra piloto (3,9% de aciertos), pero inferiores a los informados por Contreras (2011) con futuros profesores de primaria españoles (7,7% de aciertos). Nuestros sujetos mostraron en su mayoría el razonamiento erróneo de confundir probabilidad condicional y probabilidad conjunta (seleccionados por el 52,0% de la muestra total). Mientras que, mostraron el mejor desempeño en el ítem que evaluó la capacidad de estimar la variabilidad aleatoria de un experimento con chinchetas (CC, 44,2% de respuestas correctas) en la repetición de experimentos dicotómicos según el sentido de la chincheta. Sin embargo, en comparación con resultados previos, nuestros sujetos mostraron un peor desempeño que la muestra piloto (74,6% de respuestas correctas) y los futuros maestros de primaria de España analizados por Gómez, Batanero, y Contreras (2014) (82,5% de respuestas correctas). Muchos de nuestros futuros profesores (29,4 %) eligieron la opción de estimar resultados casi constantes de una muestra a otra, demostrando comprensión de los valores esperados, pero sin considerar la variabilidad aleatoria del experimento.

Para los siete ítems de *inferencia*, nuestros participantes mostraron mayor dificultad para diferenciar entre interpretaciones correctas e incorrectas del nivel de confianza (CA, 8,2% de respuestas correctas), seleccionando mayormente una interpretación como la probabilidad de que el verdadero parámetro pertenezca al intervalo. Estos resultados fueron más altos que la muestra piloto (3,9 % de respuestas correctas), mientras que el 74,3% de los universitarios estadounidenses analizados por

delMas et al. (2007) pudo reconocer una interpretación correcta como válida, pero tuvieron más dificultad para reconocer las interpretaciones incorrectas como inválidas. Muchos de nuestros participantes malinterpretaron el nivel de confianza como un porcentaje de la muestra entre límites de confianza (32,3 % de las selecciones). Por otro lado, se muestra un mejor rendimiento cuando los sujetos aplican distribuciones muestrales en la resolución de problemas de probabilidad sobre la media (CC, 50,2% de respuestas correctas). Estos resultados fueron inferiores a los obtenidos la muestra piloto (61,9% de respuestas correctas) y superiores a los informados por Allen (2006) con estudiantes de ingeniería estadounidenses (42,0% de respuestas correctas). Alrededor de una quinta parte de nuestra muestra final demostró la idea errónea de aplicar el teorema central del límite a una variable aleatoria en lugar de a su media (19,0 % de las selecciones).

Observamos un desempeño diferente en cada ítem de la escala CESK según el área de contenido donde fueron clasificados. Además, podemos notar que independientemente del área de contenido, los mejores en cada caso corresponden a algún ítem de conocimiento común (CC), mientras que los peores resultados se observan en ítems de conocimiento ampliado (CA). Esto ejemplifica las diferencias de desempeño demostradas por los participantes en ambas categorías del conocimiento de contenido del modelo CDM.

## CONCLUSIONES

En este trabajo, exploramos el desempeño mostrado por los participantes utilizando la escala de Conocimiento Estocástico Común y Extendido (CESK). Encontramos que el conocimiento de estos profesores en formación era generalmente deficiente, con ligeras diferencias según las áreas de contenido en las que organizamos estocástica (la puntuación media más alta fue en el área estadística descriptiva y la más baja en el área de probabilidad), pero en todos los casos deficiente. Si bien más del 80% de los participantes ya habían aprobado todos los cursos de estocástica de sus programas de formación inicial, la mayoría aún no domina los temas que enseñará en la escuela (conocimiento común) ni los conocimientos que fueron considerados en sus cursos universitarios sobre estocástica (conocimiento ampliado). Si bien esperábamos un rendimiento más bajo en el conocimiento ampliado, los resultados indican que estos futuros profesores tendrán dificultades para ampliar su perspectiva sobre el contenido que están enseñando, pudiendo afectar su capacidad para ayudar a los estudiantes a conectar con temas más avanzados de la estocástica. A su vez, estos hallazgos respaldan estudios recientes de ENDFIP (Centro de Perfeccionamiento Experimentación e Investigaciones Pedag [CPEIP], 2018, 2019, 2020) que reportaron peores resultados en estocástica y geometría, y mejores en cálculo y álgebra. La situación es compleja en el contexto chileno, donde el currículo escolar parece estar avanzando hacia expectativas de conocimiento más amplias (por ejemplo, se planea incluir técnicas de big data en los últimos niveles de la educación obligatoria). En este sentido, se destaca la importancia de mantener actualizados los programas de formación estocástica de profesores de matemática, quienes durante gran parte de su formación inicial desarrollan un razonamiento lógico matemático y debe promoverse explícitamente habilidades y modos de pensamiento vinculados con el análisis de datos y las probabilidades.

En consecuencia, nos planteamos que las mayores problemáticas relativas al conocimiento del contenido y la enseñanza de la estocástica en profesores pueden ser abordadas reorientando su formación inicial en este tema (Ruz et al., 2021). En esta nueva mirada, además de profundizar en temas más avanzados de la estocástica que les permita a los profesores dar oportunidades a los estudiantes por aprender los conocimientos que van más allá de los contenidos curriculares, se debería promover un mayor compromiso, al menos, por lo temas que deban enseñar, considerando el desarrollo de habilidades vinculadas con las tareas propias del estadístico (Pfannkuch y Ben-Zvi, 2011) y con un fuerte apoyo tecnológico. Estas tareas, guardan estrecha relación con las etapas del ciclo de investigación empírica (Wild y Pfannkuch, 1999) o el ciclo de modelación probabilística (Pfannkuch et al., 2016), que se han sintetizado, por ejemplo, en nuevos currículos *centrados en la inferencia a través de la simulación computacional* (SBI por *Simulation-Based introduction to Inference*) (Cobb, 2007; Lock et al., 2017; Rossman y Chance, 2014; Tintle et al., 2016; Watson y Chance, 2012) que han sido positivamente valorados por la literatura. En estas propuestas, la inferencia ocupa un lugar central, trabajando en situaciones donde el procedimiento de simulación sea natural e intuitivo para los futuros profesores, como el lanzamiento de una moneda, para luego formalizar cómo los métodos clásicos basados en la distribución normal se conectan con estas simulaciones y técnicas de re-muestreo. En ese momento,

debido a que los sujetos ya comprenden la lógica de la inferencia, las pruebas basadas en la normalidad se presentan como el comportamiento a largo plazo de la simulación bajo ciertas condiciones.

Así, la formación estocástica de profesores puede alinearse con otras recomendaciones vigentes (por ejemplo, para Estados Unidos: Franklin et al., 2015; y Chile: CPEIP y MINEDUC, 2021). Sin estos cambios, creemos que los profesores de matemáticas seguirán sintiéndose mal preparados para su tarea de enseñar estocástica (Batanero et al., 2011).

## REFERENCES

- Allen, K. (2006). *The statistics concept inventory: Development and analysis of a cognitive assessment instrument in statistics* [Doctoral dissertation, University of Oklahoma]. ProQuest Information and Learning Company.
- Ball, D., Thames, M., y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Batanero, C. (2009). Retos para la formación estadística de profesores. *II Encontro de Probabilidade e Estatística na Scola*. Portugal.
- Batanero, C., y Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*. Sense Publishers. [https://doi.org/10.1007/9789463006248\\_001](https://doi.org/10.1007/9789463006248_001)
- Batanero, C., Burrill, G., y Reading, C. (Eds.). (2011). *Teaching statistics in school mathematics: Challenges for teaching and teacher education: A joint ICMI/IASE study: The 18th ICMI study*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0>
- Ben-Zvi, D., Makar, K., y Garfield, J. (Eds.). (2018). *International handbook of research in statistics education*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-66195-7>
- Burrill, G. (2014). Preparing future teachers to teach statistics. En K. Makar, B. de Sousa y R. Gould (Eds.), *Sustainability in statistics education. Proceedings of the Ninth International Conference on Teaching Statistics*. ISI/IASE. [https://iase-web.org/icots/9/proceedings/pdfs/ICOTS9\\_2D3\\_BURRILL.pdf?1405041583](https://iase-web.org/icots/9/proceedings/pdfs/ICOTS9_2D3_BURRILL.pdf?1405041583)
- Burrill, G., y Ben-Zvi, D. (Eds.). (2019). *Topics and trends in current statistics education research: International perspectives*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-03472-6>
- Burrill, G., y Biehler, R. (2011). Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics: Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI/IASE study: The 18th ICMI study* (pp. 57–69). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0\\_10](https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0_10)
- Centro de Perfeccionamiento Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (CPEIP). (2018). *Resultados nacionales evaluación nacional diagnóstica de la formación inicial docente 2017*. CPEIP.
- Centro de Perfeccionamiento Experimentación e Investigaciones Pedagógicas. (2019). *Resultados nacionales evaluación nacional diagnóstica de la formación inicial docente 2018*. CPEIP.
- Centro de Perfeccionamiento Experimentación e Investigaciones Pedagógicas. (2020). *Resultados nacionales evaluación nacional diagnóstica de la formación inicial docente 2019*. CPEIP.
- Centro de Perfeccionamiento Experimentación e Investigaciones Pedagógicas, y MINEDUC. (2021). *Estándares de la profesión docente carreras de pedagogía en matemática educación media*. CPEIP.
- Cobb, G. (2007). The introductory statistics course: A Ptolemaic curriculum. *Technology Innovations in Statistics Education*, 1(1). <https://doi.org/10.5070/T511000028>
- Contreras, J. M. (2011). *Evaluación de conocimientos y recursos didácticos en la formación de profesores sobre probabilidad condicional* [Unpublished tesis doctoral]. Universidad de Granada.
- delMas, R., Garfield, J., Ooms, A., y Chance, B. (2007). Assessing students' conceptual understanding after a first course in statistics. *Statistics Education Research Journal*, 6(2), 28–58. <https://doi.org/10.52041/serj.v6i2.483>
- Franklin, C., Bargagliotti, A., Case, C., Kader, G., Scheaffer, R., y Spangler, D. (2015). *Statistical education of teachers (SET)*. American Statistical Association.
- Garfield, J. (2003). Assessing statistical reasoning. *Statistics Education Research Journal*, 2(1), 22–38. <https://doi.org/10.52041/serj.v2i1.557>
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13–31.

- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM*, 39(1–2), 127–135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Gómez, E., Batanero, C., y Contreras, J. M. (2014). Conocimiento matemático de futuros profesores para la enseñanza de la probabilidad desde el enfoque frecuencial. *Bolema*, 28(48), 209–229. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a11>
- Groth, R., y Meletiou-Mavrotheris, M. (2018). Research on statistics teachers' cognitive and affective characteristics. In D. Ben-Zvi, K. Makar, y J. Garfield (Eds.), *International handbook of research in statistics education* (pp. 327–355). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-66195-7\\_10](https://doi.org/10.1007/978-3-319-66195-7_10)
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación* (Sexta edición). McGraw Hill.
- Lock, R. H., Frazer Lock, P., Lock Morgan, K., Lock, E. F., y Lock, D. F. (2017). *Statistics: Unlocking the power of data* (2nd ed.). John Wiley & Sons.
- Ministerio de Educación Chile. (2009). *Curriculum: Objetivos fundamentales y contenidos mínimos obligatorios de la Educación Básica y Media*. MINEDUC.
- Ministerio de Educación Chile. (2012). *Bases curriculares educación básica*. MINEDUC.
- Ministerio de Educación Chile. (2015). *Bases curriculares 7° a 2° medio*. MINEDUC.
- Pfannkuch, M., y Ben-Zvi, D. (2011). Developing teachers' statistical thinking. En C. Batanero, G. Burrill, y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics: Challenges for teaching and teacher education: A joint ICMIASE study: The 18th ICMI Study* (pp. 323–333). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0\\_31](https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0_31)
- Pfannkuch, M., Budgett, S., Fewster, R., Fitch, M., Pattenwise, S., Wild, C., y Ziedins, I. (2016). Probability modeling and thinking: What can we learn from practice? *Statistics Education Research Journal*, 15(2), 11–37. <https://doi.org/10.52041/serj.v15i2.238>
- Pino-Fan, L., y Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, XXXVI(1), 87–109.
- Pino-Fan, L., Godino, J. D., y Font, V. (2018). Assessing key epistemic features of didactic-mathematical knowledge of prospective teachers: The case of the derivative. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21(1), 63–94. <http://doi.org/10.1007/s10857-016-9349-8>
- Rossmann, A., y Chance, B. (2014). Using simulation-based inference for learning introductory statistics. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*, 6(4), 211–221.
- Ruz, F. (2021). *Formación estadística de futuros profesores de matemática chilenos* [Unpublished tesis doctoral]. Universidad de Granada.
- Ruz, F., Chance, B., Medina, E., y Contreras, J. M. (2021). Content knowledge and attitudes towards stochastics and its teaching in pre-service Chilean mathematics teachers. *Statistics Education Research Journal*, 20(1), Article 5. <https://doi.org/10.52041/serj.v20i1.100>
- Ruz, F., Martínez, F., Garzón, J., y Contreras, J. M. (2020a). Estadística cívica en la sociedad de la información. En T. Sola, J. López, A. Moreno, J. Sola, y S. Pozo (Eds.), *Investigación educativa e inclusión retos actuales en la sociedad del siglo XXI* (pp. 805–816). Dykinson.
- Ruz, F., Molina-Portillo, E., y Contreras, J. M. (2020b). Evaluación de conocimientos sobre el contenido de estadística descriptiva en futuros profesores de matemáticas. *AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática*, 18, 55–71. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i18.268>
- Schoenfeld, A., y Kilpatrick, J. (2008). Toward a theory of proficiency in teaching mathematics. In D. Tirosh y T. Wood (Eds.), *International handbook of mathematics teacher education* (Vol. 2, pp. 321–354). Sense Publishers.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1–22. <https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411>
- Tintle, N., Chance, B., Cobb, G., Rossmann, A., Roy, S., Swanson, T., y VanderStoep, J. (2016). *Introduction to statistical investigations*. John Wiley & Sons.
- Watson, J. M., y Chance, B. (2012). Building intuitions about statistical inference based on resampling. *Australian Senior Mathematics Journal*, 26(1), 6–18.
- Wild, C., y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223–248. <https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.1999.tb00442.x>